

Тема: Перестановки. Розміщення. Комбінації

Мета:

- *Навчальна:* засвоїти поняття «перестановки, розміщення та комбінації» та навчити відрізняти їх між собою і правильно використовувати при розв’язуванні задач; засвоїти формули для знаходження перестановок, розміщень та комбінацій;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння правильно користуватися формулами для знаходження перестановок, розміщень і комбінацій;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Компетенції:

- математичні (застосовувати нові означення до розв’язування задач)
- комунікативні (спроможність грамотно висловити свою думку)
- інформаційні (спроможність опрацьовувати нові пізнавальні дані)
- загально навчальні (спроможність організовувати власну діяльність під час виконання завдань)

Тип уроку: засвоєння нових знань;

Обладнання: опорний конспект, навчальна презентація, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання д/з
- Налаштування на роботу

II. Актуалізація опорних знань

- Що ми розуміємо під поняттям множини?
- Яка множина називається порожньою?
- Сформулюйте правило суми
- Сформулюйте правило добутку
- Що таке факторіал числа?



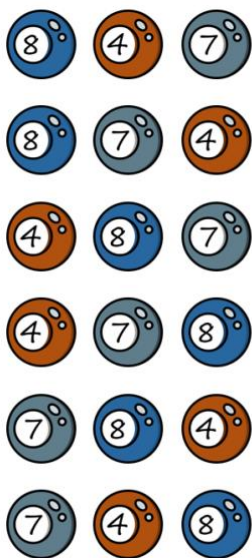
III. Вивчення нового матеріалу

• Перестановки

- Скількома способами можемо переставити кульки між собою?



$$(3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6)$$



- Що можемо сказати про утворені перестановки?
(Діти висловлюють власну думку)
- Ми бачимо, що множини перестановок відрізняються між собою порядком розташування елементів.

Отже, **перестановкою** з n елементів називається будь-яка впорядкована множина з n заданих елементів.

Кількість перестановок з n елементів позначають символом P_n

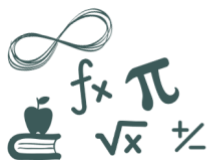
$$P_n = n!$$

• Розміщення

- Скільки можемо утворити 2-елементних множин з даної 3-елементної множини?



(Так як першу кулю можемо обрати 3-ма способами а другу кулю можемо обрати 2-ма способами, тоді маємо $3 \cdot 2 = 6$ множин)



Математика НОВА

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ, 11 КЛАС

Рівень стандарту



- Що можемо сказати про утворені підмножини?
(Діти висловлюють власну думку)



- Ми бачимо, що отримали всі можливі впорядковані 2-елементні підмножини даної 3-елементної множини.



Отже, **розміщенням** називають упорядковану k -елементну підмножину n -елементної множини.



Число розміщень з k елементів по n позначають A_n^k



*Для отримання наступної формули потрібно помножити і поділити A_n^k на $(n - k)!$. За означенням $0! = 1$ і $1! = 1$, тому можемо записати:



$$A_n^k = n(n-1)(n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1) \Big|_{\substack{0! = 1; 1! = 1}} \Rightarrow A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

• Комбінації

- Скільки ми отримали впорядкованих та неупорядкованих 2-елементних підмножин 3-елементної множини?

Розміщення



Комбінації



$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$



(Маємо 6 впорядкованих підмножин та 3 неупорядковані (тобто множини, що відрізняються за складом) підмножини, так як підмножини типу $\{8; 4\}$ та $\{4; 8\}$ є однаковими за складом)

- В чому різниця між розміщеннями та комбінаціями?
(Діти висловлюють власну думку)

Розміщення складаються з впорядкованих множин, а комбінації складаються тільки з множин які відрізняються між собою за складом.



Отже, **комбінацією** з n елементів по k називається будь-яка k -елементна підмножина n -елементної множини.

Число комбінацій з n елементів по k позначають C_n^k , $k \leq n$

- Як можемо знайти формулу для знаходження кількості комбінацій?
(Учні висловлюють власні ідеї)
- Якщо з кожної комбінації з n елементів по k зробити P_k перестановок, то дістанемо A_n^k розміщень, тому: $C_n^k \cdot P_k = A_n^k$

мо

$$\left. \begin{array}{l} C_n^k \cdot P_k = A_n^k \\ A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \\ P_k = k! \end{array} \right| \Rightarrow C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

IV. Закріплення нових знань та вмінь учнів

№1

Скількома способами можна розставити на полиці 7 різних книг?

Розв'язок:

Книги потрібно переставити між собою, тобто достатньо знайти кількість перестановок 7-ми книг:

$$P_7 = 7! = 5040 \text{ способів}$$

Відповідь: 7!

№2

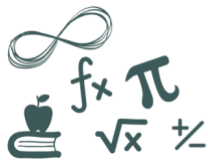
У школі 20 класів і 20 класних керівників. Скількома способами можна розподілити класне керівництво між учителям?

Розв'язок:

Кожному вчителю ставиться у відповідність один клас, тобто достатньо знайти кількість перестановок 20-ти класів між 20-ма вчителями:

$$P_{20} = 20!$$

Відповідь: 20!



У футбольній команді, яка складається з 11 гравців, потрібно обрати капітана та його заступника. Скількома способами можна це зробити?

Розв'язок:

Потрібно знайти кількість 2-елементних упорядкованих підмножин множини з 11 елементів, тобто розміщення з 11 елементів по 2.

$$A_{11}^2 = \frac{11!}{9!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \dots}{9 \cdot 8 \cdot 7 \dots} = 11 \cdot 10 = 110$$

Відповідь: 110

№4

У 9 класі вивчають 12 предметів. Денний розклад містить 6 уроків. Скількома способами можна скласти денний розклад так, щоб усі 6 уроків були різними?

Розв'язок:

Потрібно знайти кількість 6-елементних упорядкованих підмножин множини з 12 елементів, тобто розміщення з 12 елементів по 6.

$$A_{12}^6 = \frac{12!}{6!} = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 665\,280$$

Відповідь: 665 280

№5

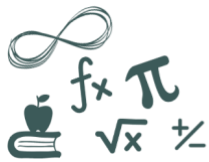
Дано правильний n -кутник. Скільки існує чотирикутників із вершинами, які містяться серед вершин даного n -кутника?

Розв'язок:

Нам необхідні підмножини, які відрізняються між собою за складом, так як якщо вони будуть однакові за складом – то це будуть однакові чотирикутники.

$$C_n^4 = \frac{n!}{4!(n-4)!}$$

Відповідь: $\frac{n!}{4!(n-4)!}$



№6

Скільки різних шестицифрових чисел можна скласти із цифр 1,2,3,4,5,6,7, щоб цифри не повторювалися, а крайні цифри були парними?

Розв'язок:

Так як маємо 3 парні цифри, то для вибору крайніх цифр існує A_3^2 варіантів. Коли вибрано 2 крайні цифри, то для решти 4-х цифр залишається A_5^4 варіантів. Отже, за правилом добутку існує:

$A_3^2 \cdot A_5^4$ різних шестицифрових чисел.

Відповідь: $A_3^2 \cdot A_5^4$

№7

Серед 20 робітників є 7 мулярів. Скількома способами можна скласти бригаду з 5 робітників так, щоб до неї входило рівно 2 муляри?

Розв'язок:

2-х мулярів можемо обрати C_7^2 способами. Якщо серед 20 робітників бригади 7 мулярів, то маємо $20 - 7 = 13$ інших робітників, отже інших 3-х робітників можна обрати C_{13}^3 способами. За правилом добутку існує:

$C_7^2 \cdot C_{13}^3$ способів для складання необхідної бригади.

Відповідь: $C_7^2 \cdot C_{13}^3$

№8

На прямій позначено 12 точок, а на паралельній їй прямій – 7 точок. Скільки існує трикутників із вершинами в цих точках?

Розв'язок:

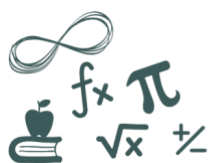
Для утворення трикутника ми завжди будемо обирати одну точку на одній прямій і дві точки на іншій прямій.

Якщо виберемо одну точку з 12 на одній прямій, то на іншій виберемо 2 точки з 7, для цього існує $12 \cdot C_7^2$ способів.

Якщо виберемо одну точку з 7 на одній прямій, то на іншій виберемо 2 точки з 12, для цього існує $7 \cdot C_{12}^2$ способів.

Отже, існує $12 \cdot C_7^2 + 7 \cdot C_{12}^2$ таких трикутників.

Відповідь: $12 \cdot C_7^2 + 7 \cdot C_{12}^2$



V. Підсумок уроку

- Поясніть, що таке перестановки. Наведіть приклади перестановок
- За якою формулою можна обчислити кількість перестановок із n елементів?
- Поясніть, чим відрізняються розміщення від комбінацій?
- За якою формулою можна обчислити кількість розміщень із n елементів по k елементів?
- За якою формулою можна обчислити кількість комбінацій із n елементів по k елементів?

VI. Домашнє завдання

Опрацювати §3, п.13 (ст.74-76) Виконати № 13.3; 13.5; 13.7; 13.16	Мерзляк А.Г.
Опрацювати §14 Виконати № 14.2; 14.6; 14.10; 14.14; 14.18; 14.22; 14.26	Істер О.С.
Опрацювати §8 Виконати № 8.1.3; 8.1.6; 8.2.2; 8.2.4; 8.2.6; 8.3.2; 8.3.4; 8.3.6	Нелін Є.П.
Опрацювати §11 Виконати № 414; 420; 424; 433; 438	Бевз Г.П.